

LUCRAREA NR. 1

Conversia numerelor întregi și reale în diferite baze de numerație

Lucrarea își propune prezentarea metodelor de conversie a numerelor întregi și reale din baza de numerație 10 (zecimal) în bazele 2, 8 și 16 (binar, octal, hexazecimal) și invers.

1.1. Generalități

Fiecare sistem de numerație are un număr de cifre și/sau litere corespunzător bazei acestuia. Astfel, sistemul zecimal conține cifre de la 0 la 9 (baza 10), sistemul hexazecimal conține cifre de la 0 la 9 și litere de A la F (baza 16), sistemul octal conține cifre de 0 la 7 (baza 8) iar sistemul binar conține cifrele 0 și 1 (baza 2). Pentru a face distincție între numerele din diferite baze de numerație există mai multe metode de notare:

a) La sfârșitul numărului se adaugă o literă corespunzătoare bazei de numerație:

- B - binar (ex. 10011101B)
- Q - octal (ex. 23701Q)
- D - zecimal (ex. 5429D)
- H - hexazecimal (ex. FD37BH)

b) La sfârșitul numărului se adaugă, în paranteze, baza căreia îi aparține numărul:

- (2) - binar (ex. 10011011(2))
- (8) - octal (ex. 24673(8))
- (10) - zecimal (ex. 9546(10))
- (16) - hexazecimal (ex. 34A4D(16))

c) La sfârșitul numărului se adaugă ca și indice, în paranteze, baza căreia îi aparține numărul:

- Număr₍₂₎ - binar (ex. 101101₍₂₎)
- Număr₍₈₎ - octal (ex. 5572₍₈₎)
- Număr₍₁₀₎ - zecimal (ex. 9334₍₁₀₎)
- Număr₍₁₆₎ - hexazecimal (ex. 53FD1₍₁₆₎)

Observație:

Deoarece baza 10 este considerată o bază implicită, numerele din această bază nu trebuie să fie urmate de simbolul corespunzător bazei.

1.2. Conversia numerelor din baza 10 în alte baze de numerație

În cazul unui număr real, conversia din baza 10 în altă bază se face separat pentru partea întreagă și pentru partea zecimală. În *tabelul 1.1* sunt prezentate numerele de la 0 la 15 în baza 10 și corespondentul lor în binar, octal și hexazecimal.

Tabelul 1.1. Reprezentarea numerelor în diferite baze de numerație.

Zecimal	Binar	Octal	Hexazecimal
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

1.2.1. Conversia părții întregi

Cea mai simplă metodă de conversie a unui număr din baza 10 în altă bază de numerație este împărțirea succesivă a numărului respectiv la baza în care se dorește conversia: se împarte numărul la bază iar în continuare câtul obținut se împarte la bază până când acesta devine zero. Rezultatul final se obține prin scrierea resturilor fiecărei împărțiri, în ordine inversă.

Exemplul 1:

Să se convertească numărul 173 din baza 10 în bazele 2, 8 și 16.

Rezolvare (tabelul 1.2):

$$\text{număr} : \text{bază} = \text{cât} + \text{rest}$$

Notă:

Dacă în urma împărțirii numărului la bază rezultă un cât mai mic decât baza, nu mai este necesară împărțirea câtului la bază, acesta reprezentând prima cifră din numărul rezultat în noua bază.

Tabelul 1.2. Conversia părții întregi (exemplu)

Binar	Octal	Hexazecimal
$173 : 2 = 86+1$	$173 : 8 = 21+5$	$173 : 16 = 10+13$
$86 : 2 = 43+0$	$21 : 8 = 2+5$	$10 : 16 = 0+10$
$43 : 2 = 21+1$	$2 : 8 = 0+2$	
$21 : 2 = 10+1$		
$10 : 2 = 5+0$		
$5 : 2 = 2+1$		
$2 : 2 = 1+0$		
$1 : 2 = 0+1$		
10101101₍₂₎	255₍₈₎	AD₍₁₆₎

1.2.2. Conversia părții zecimale

Conversia părții zecimale a unui număr din baza 10 în altă bază de numerație se realizează înmulțind partea zecimală (fracționară) cu baza în care dorim să facem conversia. În continuare se înmulțește succesiv partea fracționară a rezultatului înmulțirii precedente cu baza. Rezultatul în noua bază este reprezentat de partea întreagă a fiecărei înmulțiri. În cazul ideal, rezultatul final se obține în momentul în care partea fracționară a rezultatului înmulțirii cu baza este zero. De cele mai multe ori, însă, partea fracționară nu devine zero niciodată (sau devine zero după un număr foarte mare de înmulțiri). De aceea este necesară stabilirea preciziei de reprezentare a părții fracționare rezultate (numărul de cifre a părții fracționare rezultate).

Exemplul 2:

Să se convertească numărul 0.136 din baza 10 în bazele 2, 8 și 16.

Precizia de reprezentare: **8** (parte fracționară din 8 cifre).

Rezolvare (**tabelul 1.3**):

$$\text{număr} \times \text{bază} = \text{parte fractionară} + \text{parte întreagă}$$

Tabelul 1.3. Conversia părții zecimale (exemplu)

Binar	Octal	Hexazecimal
$0.136 \times 2 = 0.272+0$	$0.136 \times 8 = 0.088+1$	$0.136 \times 16 = 0.176+2$
$0.272 \times 2 = 0.544+0$	$0.088 \times 8 = 0.704+0$	$0.176 \times 16 = 0.816+2$
$0.544 \times 2 = 0.088+1$	$0.704 \times 8 = 0.632+5$	$0.816 \times 16 = 0.056+13$
$0.088 \times 2 = 0.176+0$	$0.632 \times 8 = 0.056+5$	$0.056 \times 16 = 0.896+0$
$0.176 \times 2 = 0.352+0$	$0.056 \times 8 = 0.448+0$	$0.896 \times 16 = 0.336+14$
$0.352 \times 2 = 0.704+0$	$0.448 \times 8 = 0.584+3$	$0.336 \times 16 = 0.376+5$
$0.704 \times 2 = 0.408+1$	$0.584 \times 8 = 0.672+4$	$0.376 \times 16 = 0.016+6$
$0.408 \times 2 = 0.816+0$	$0.672 \times 8 = 0.376+5$	$0.016 \times 16 = 0.256+0$
0.00100010₍₂₎	0.10550345₍₈₎	0.22D0E560₍₁₆₎

1.3. Conversia numerelor dintr-o bază oarecare în baza 10

Pentru conversia unui număr dintr-o bază oarecare în baza 10 se va folosi următoarea notație:

$$x_n x_{n-1} x_{n-2} \dots x_1 x_0, z_1 z_2 \dots z_{m-1} z_m (b)$$

Unde:

- $x_n x_{n-1} x_{n-2} \dots x_1 x_0$ - reprezintă partea întreagă a numărului (Ex. $nr = 1101.011_{(2)}$, partea întreagă: $x_3 x_2 x_1 x_0 = 1101_{(2)}$)
- $z_1 z_2 \dots z_{m-1} z_m$ - reprezintă partea fracționară a numărului (Ex. $nr = 1101.011_{(2)}$, partea fracționară: $0.z_1 z_2 z_3 = 0.011_{(2)}$)

Conversia numărului în baza 10 se face după următoarea relație:

$$N_{(10)} = x_n \cdot b^n + x_{n-1} \cdot b^{n-1} + \dots + x_1 \cdot b^1 + x_0 \cdot b^0 + z_1 \cdot b^{-1} + z_2 \cdot b^{-2} + \dots + z_{m-1} \cdot b^{-(m-1)} + z_m \cdot b^{-m}$$

unde: b reprezintă baza din care se face conversia.

Exemplul 3:

binar \rightarrow *zecimal* :

$$\begin{aligned} 1101.011_{(2)} &= 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} = \\ &= 8 + 4 + 0 + 1 + 0 + 0.25 + 0.125 = 13.375_{(10)} \end{aligned}$$

binar \rightarrow *octal* :

$$\begin{aligned} 127.03_{(8)} &= 1 \cdot 8^2 + 2 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 + 0 \cdot 8^{-1} + 3 \cdot 8^{-2} = \\ &= 64 + 16 + 7 + 0 + 0.0468 = 87.0468_{(10)} \end{aligned}$$

binar \rightarrow *hexazecimal* :

$$\begin{aligned} 2A.01_{(16)} &= 2 \cdot 16^1 + 10 \cdot 16^0 + 0 \cdot 16^{-1} + 1 \cdot 16^{-2} = \\ &= 32 + 10 + 0 + 0.0039 = 42.0039_{(10)} \end{aligned}$$

1.4. Exerciții propuse

1) Să se convertească următoarele numere din baza 10 în bazele 2, 8 și 16:

- | | |
|--------|------------|
| a) 218 | f) 119.345 |
| b) 402 | g) 200.08 |
| c) 109 | h) 108.932 |
| d) 351 | i) 245.115 |
| e) 254 | j) 406.422 |

2) Să se convertească următoarele numere din bazele 2, 8 și 16 în baza 10:

- | | |
|-----------------------------|-------------------------------|
| a) 110100110 ₍₂₎ | g) 101101.1011 ₍₂₎ |
| b) 100101101 ₍₂₎ | h) 111001.1001 ₍₂₎ |
| c) 167 ₍₈₎ | i) 7322.115 ₍₈₎ |
| d) 314 ₍₈₎ | j) 1121.631 ₍₈₎ |
| e) E45B ₍₁₆₎ | k) 2CB1.AE ₍₁₆₎ |
| f) 95D2 ₍₁₆₎ | l) 55CC.9D ₍₁₆₎ |